

Сравнительный анализ алгоритмов нахождения максимального разреза

Куценко Владимир Владимирович

КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО
ТАВРИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ (ГРУППА 602)
e-mail: rabbit.abys.kv@gmail.com

Задача о максимальном разрезе (MAX-CUT) формулируется следующим образом. Для неориентированного графа $G = \langle V, E \rangle$ необходимо найти такие подмножества $R \subset V$ и $B = V/R$, чтобы число ребер между R и B было максимально [1]. В работе исследуются алгоритмы приближенного решения задачи о максимальном разрезе (MAX-CUT) для ориентированных и не ориентированных графов. Так как задача максимального разреза является NP -полной, то для больших размерностей используются только приближенные методы решения [2]. В работе приводится сравнительный анализ эвристических алгоритмов и их комбинаций с переборными. Эвристика – это любая процедура, которая находит допустимое решение $\tilde{x} \in \{0, 1\}$.

Постановка задачи звучит следующим образом. Дан неориентированный взвешенный граф G с n вершинами и m ребрами. Разрезом C называется некоторое подмножество вершин. Весом разреза называется сумма весов ребер, проходящих через разрез

$$\omega(C) = \sum_{(i,j) \in E, j \in C, i \notin C} c(i, j),$$

где через E обозначено множество всех ребер графа G , а через $c(i, j)$ – вес ребра (i, j) . Требуется найти разрез максимального веса.

Для большинства эвристик можно только надеяться, что полученное решение будет близким к оптимальному [3]. Алгоритмы рассматриваются на графах размерностью от 10 до 200 с шагом 10, по 20 графов каждой размерности. Взвешенная матрица расстояний для них генерируется случайным образом.

В вычислениях используется эвристический метод поиска в глубину Карорис Кирупсис Ставропулос или (KSS), а из методов локального поиска используются табу-поиск, жадный алгоритм, узловой жадный алгоритм и узловой жадный алгоритм с учетом предыдущего шага. Используются эвристические алгоритмы, основанные на методе глобального равновесного поиска (GES) и GES+Tabu [2]. Такие алгоритмы, исходя из некоторого начального

решения, на каждом шаге поиска заменяют решение на другое, лучшее, найденное в окрестности текущего. Отличительной особенностью табу-поиска является то, что в памяти хранятся найденные решения и список табу, который используется для предупреждения заикливания в локальном минимуме. Алгоритм завершает работу после фиксированного числа итераций либо, если в течение нескольких шагов наилучшее решение осталось неизменным [3].

Сравнивается работа эволюционных алгоритмов. Генетический алгоритм (ГА), алгоритм связывающих путей (PR) и некоторые эвристики ГА: ГА+Табу-поиск, ГА+Жадный, ГА+Ядра. Эволюционные алгоритмы применяются во многих приложениях. Они являются итеративными. В ГА популяции изначально генерируются случайно, каждая особь популяции считается предполагаемым решением. Используя функцию оценки, устанавливается пригодность особи в качестве решения [3].

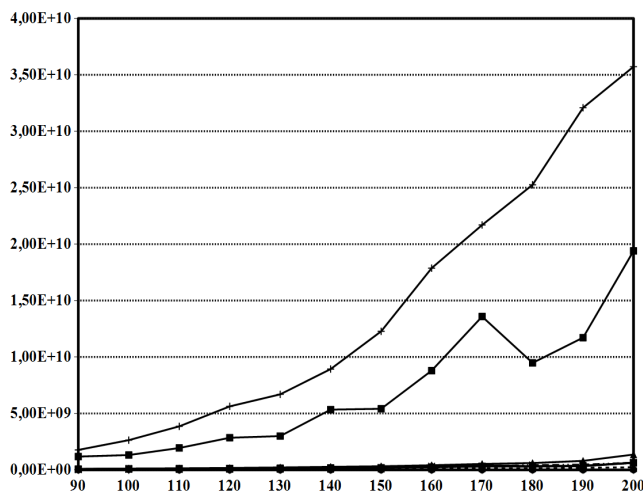


Рис. 1. График среднего времени работы алгоритмов (без GES+Tabu)

На рисунках 1 и 2 построены графики среднего времени работы алгоритмов. Для их построения по оси OX берутся размерности графов, а по оси OY устанавливается время в наносекундах. На рис. 1 для большей наглядности уже исключен алгоритм GES+Tabu, дающий наибольший временной рост.

В таблице 1 представлены полученные результаты работы алгоритмов на случайных графах. Данные в таблице упорядочены в порядке убывания времени работы.

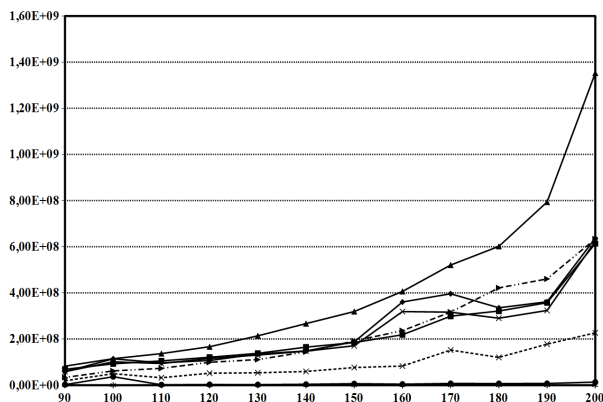


Рис. 2. График среднего времени работы алгоритмов (без GES и PR):

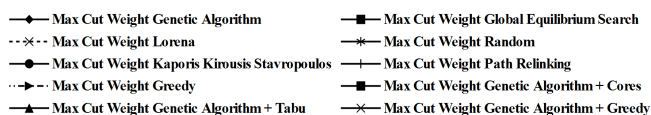


ТАБЛИЦА 1. Время работы и отклонение.

	Время (с.)	Отклонение
GES + Tabu	2465,4104702	6090
Path Relinking	35,7197465	6937
GES	19,3973433	15685
GA + Tabu	1,3527289	5390
GA	0,6371963	0
Greedy	0,6335497	7570
GA + Greedy	0,6233704	2506
GA + Cores	0,6135553	513419
Lorena	0,2267480	22033
KKS	0,0132480	19850
Node Greedy Mod	0,0021864	23612
Node Greedy	0,0021549	20155
Random	0,0000068	28364

Проведен сравнительный анализ по времени работы и отклонению эвристических алгоритмов для решения задачи MAX-CUT на случайных графах.

Полученные результаты являются предварительными для выбора алгоритмов с последующим их использованием в решении задачи MAX-CUT для графов больших размерностей и определения устойчивости (задача реоптимизации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Козлова М.Г. *Приближенное решение задачи о максимальном разрезе и ее применение* / Козлова М.Г., Германчук М.С., Куртнебиев Э.Д. // Информатика та системні науки (ІСН-2013): IV Всеукраїнська науково-практична конференція: мат. конф. – Полтава: ПУЕТ, 2013. – С. 150-153.
- [2] Шило В.П., Шило О.В., Рощин В.А. *Метод глобального равновесного поиска решения задачи о максимальном взвешенном разрезе графа* /Кибернетика и системный анализ. – 2012. – Т.48, №4. – С. 101-105.
- [3] Щербина О.А. *Метаевристическіе алгоритмы для задач комбинаторной оптимизации (обзор)* /ТВИМ. – Симферополь: КНЦ НАНУ, 2014. – №1. – С. 56-73.