

Моделирование реалистичных эффектов при соударениях

Дашков Николай Александрович

КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО

ТАВРИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ (ГРУППА 602-и)

e-mail: NikoDashkov@mail.ru

На сегодняшний день, когда вычислительная мощность компьютеров стала довольно высокой, визуализация различных эффектов при соударениях считается весьма востребованной задачей, поскольку такая реализация применяется повсеместно и является неотъемлемой частью практически любой смоделированной сцены. Все эффекты оказывают большое влияние на реалистичность, и их реализуют в самых разных сферах (разработка компьютерных игр, моделирование спецэффектов, создание анимации). Однако редко когда в приложениях учитывают эффекты, связанные с вращением.

При лобовом центральном соударении центры масс обоих тел двигаются вдоль одной и той же линии. Силы взаимодействия, возникающие при соударении, параллельны направлению движения. Если применить к такой системе двух тел закон сохранения импульса, то полный импульс системы будет равен алгебраической сумме импульсов обоих тел (Рис. 1). При упругом соударении на протяжении кратковременного соприкосновения тела двигаются с общей скоростью, затем они разлетаются и продолжают двигаться с разными скоростями. При этом выполняются законы сохранения импульса и механической энергии [1]:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Эффект Магнуса — физическое явление, возникающее при обтекании вращающегося тела потоком жидкости или газа. Образуется сила, действующая на тело и направленная перпендикулярно направлению потока. Это является результатом совместного воздействия таких физических явлений, как

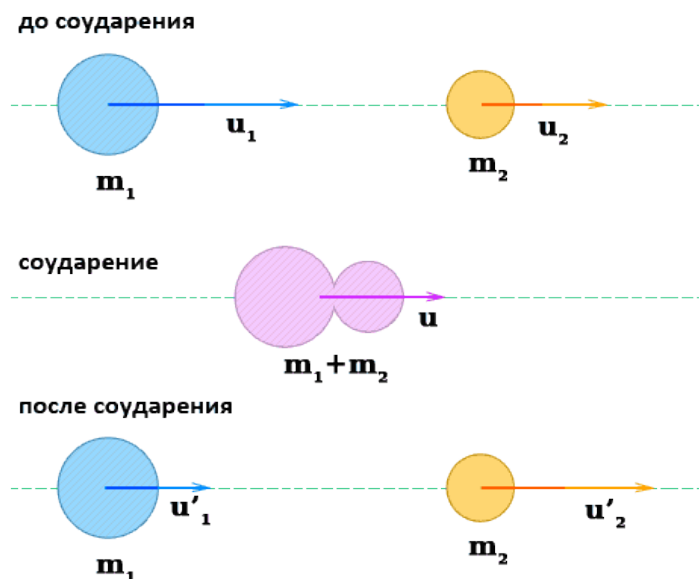


Рис. 1. Упругое соударение

эффект Бернулли и образования пограничного слоя в среде вокруг обтекаемого объекта. Вращающийся объект создаёт в среде вокруг себя вихревое движение. С одной стороны объекта направление вихря совпадает с направлением обтекающего потока и, соответственно, скорость движения среды с этой стороны увеличивается. С другой стороны объекта направление вихря противоположно направлению движения потока, и скорость движения среды уменьшается. Ввиду этой разности скоростей возникает разность давлений, порождающая поперечную силу от той стороны вращающегося тела, на которой направление вращения и направление потока противоположны, к той стороне, на которой эти направления совпадают. Эффект впервые описан немецким физиком Генрихом Магнусом в 1853 году. Формулы для расчета силы [2]:

- Идеальная жидкость:

$$\vec{R} = -p\vec{\Gamma} \times \vec{u}_\infty$$

- Вязкая жидкость:

$$F = \frac{1}{2}\rho V^2 AC_l$$

При учёте вращения тел следует также учитывать изменение угла отскока при их соударениях со стенками, когда угол падения оказывается не равен углу отражения. Например, мяч со скоростью v_0 подлетает к стене с углом 90° к её поверхности, вращаясь с угловой скоростью вокруг оси параллельной стене. Пусть $N(t)$ — зависимость от времени силы упругой реакции стены. Время будем отсчитывать от момента, когда мяч пришёл в соприкосновение со стеной. Если μ — коэффициент трения скольжения мяча по стене, то в момент времени t составляющая скорости мяча, параллельная стене, определяется формулой [3]

$$v_x(t) = \frac{\mu}{m} \int_0^t N(t) dt,$$

где m — масса мяча. Зависимость от угловой скорости мяча даётся формулой

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{\mu R}{I} \int_0^t N(t) dt,$$

где R — радиус мяча, а I — его момент инерции (мы предполагаем, что удар не очень сильный и деформация мяча мала по сравнению с радиусом). Записанные формулы справедливы только до момента времени t , в которой закончится проскальзывание мяча по поверхности стены, ведь мы воспользовались законом, справедливым только для силы трения скольжения. Интуитивно ясно, что при малых значениях коэффициента трения μ проскальзывание может продолжаться в течение всего времени отскока, а при больших значениях μ проскальзывание может прекратиться, когда мяч ещё прижат к стене. Это значит что в момент времени t , когда проскальзывание прекратилось,

$$v_x(t) = R\omega(t)$$

и мяч начинает просто катиться по стене. Следовательно, с момента времени t , угловая скорость и x -составляющая скорости мяча постоянны. Подставив в последнее равенство выражения для v_x и ω , получим

$$\int_0^t N(t) dt = \frac{\omega_0 R}{\frac{\mu}{m} + \frac{\mu R^2}{I}}.$$

Запишем момент инерции мяча в виде $I = \gamma m R^2$, где $\gamma = 2/5$, если мяч сплошной и однородный, и $\gamma = 2/3$, если мяч — надутая воздухом массивная

оболочка. Тогда

$$\int_0^t N(t)dt = \frac{\omega_0 R}{\mu(\gamma + 1)}.$$

Описанные в данной статье принципы можно использовать при создании компьютерных игр, моделировании отдельных спецэффектов или же, как отдельную анимацию. Программист связанный с компьютерной графикой и работающий, например, с такими программами как 3D Max, Maya или же Cinema 4D studio не обойдется без знаний о моделировании эффектов. В настоящее время разрабатывается приложение с демонстрацией указанных эффектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Д.В. Сивухин *Общий курс физики*. – М.: Наука, – 1986.
- [2] https://ru.wikipedia.org/wiki/Эффект_Магнуса
- [3] С. Хорозов *Под каким углом отскочит мяч?*. – Квант. – № 4, 1997 – С. 40–42.