# Плоские кривые с группой симметрии правильного шестиугольника

*Морозова Валентина Павловна*
Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского
Таврическая академия
факультет математики и информатики
кафедра дифференциальных уравнений и геометрии (группа 602)
e-mail: valya-morozova93@mail.ru

В вещественном $m$–мерном евклидовом пространстве $E^m$ конечная группа $G$, порождена ортогональными отражениями относительно $N(G)$ гиперплоскостей с общей точкой $O$. В прямоугольной системе координат алгебраическую поверхность порядка $n$ зададим уравнением $\phi(\overrightarrow{x}) = 0$, где $\phi(\overrightarrow{x})$–многочлен степени $n$ относительно координат вектора $\overrightarrow{x} = (x_1, ..., x_m)$.Множеству всех гиперповерхностей, инвариантных относительно одной и той же группы $G$, соответствует множеству $\phi(\overrightarrow{x})$, образующее алгебру $I^G$.

В работе Флатто дан метод нахождения базиса алгебры $I(G)$ для группы ортогональных отражений $G$, действующих в $E^m$. Теорема дает алгоритм получения базисных инвариантов алгебры $I(G)$. Он состоит в следующем: выбираем из первых $i$ строк $I(x, y)$ минор $D_i(x, y)$ размерности $i \times i$ тождественно неравный нулю. Тогда $D_i(x, y) - A_i(x) \cdot B_i(y)$,где $B_i(y) = I_1(y), ..., I_i(y) : I_i(y) = B_i(y)/B_{i-1}(y)(1 \leq i \leq n)$ и $B_0 = 1$.

С помощью вышеперечисленной теоремы находим образующие алгебры полиномов, относительно группы симметрий правильного шестиугольника. Выберем систему координат так, чтобы оси симметрии имели следующий вид:

$$x = 0, y = 0, x + \sqrt{3}y = 0, x - \sqrt{3}y = 0, x + \frac{1}{\sqrt{3}}y = 0, x - \frac{1}{\sqrt{3}}y = 0.$$

Тогда алгебра полиномов, инвариантных относительно группы симметрий правильного шестиугольника имеет две образующие:

$$I_1 = x^2 + y^2 = C, I_2 = x^6 + y^6 + 15x^2y^4 - 15x^4y^2 = C.$$

Рассмотрим различные кривые с группой симметрии правильного шестиугольника.

$\underline{n = 2}$, $I_1 = C$, $C - const$; $\underline{n = 4}$, $I_1^2 = C$, $C = 5$, получаем график функции, изображённый на рис.1. $\underline{n = 6}$, $\alpha I_2 + \beta I_1^3 = C$, если $\alpha = \beta$, $C$–возрастает, то получаем график функции, изображённый на рис.2.

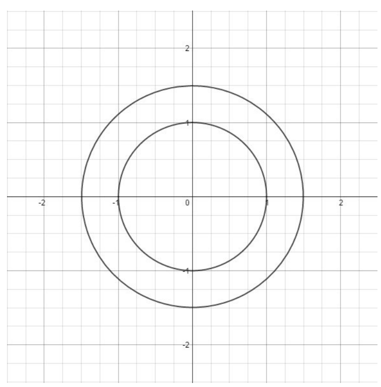

РИС.1

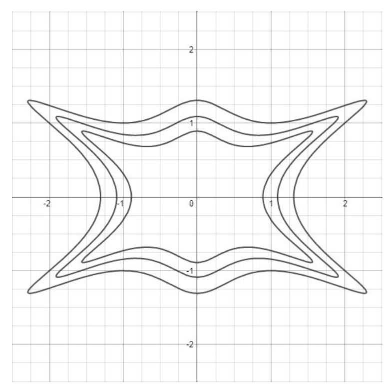

РИС.2

$\underline{n = 6}$, $\alpha I_2 + \beta I_1^3 = C$, если $\alpha$ и $\beta$–возрастают, $C - const$, то получаем график функции, изображённый на рис.3.

$\underline{n = 6}$, $\alpha I_2 + \beta I_1^3 = C$, если $\alpha$ и $\beta$–убывают, $C - const$, то получаем график функции, изображённый на рис.4.

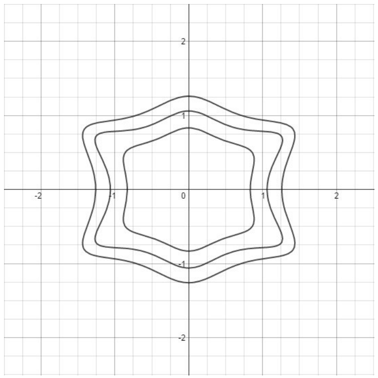


РИС.3

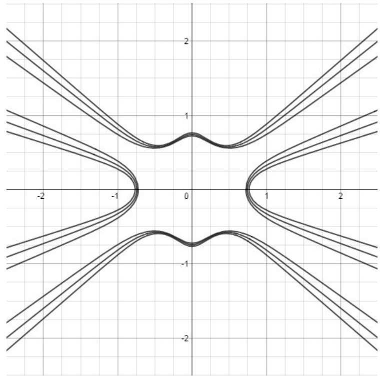


РИС.4

## Список литературы


[1] Игнатенко В.Ф. *К проблеме нахождения базисов алгебр многочленов, инвариантных относительно конечных групп симметрий пространства.* – Тез. доклада Всесоюзного симпозиума по теории симметрий и ее обобщениям. Кишинев,– 1980г.

[2] Игнатенко В.Ф. *Некоторые вопросы геометрической теории инварианов групп, порожденных ортогональными и косыми движениями.* – Проблемы геометрии. Итоги науки и техники. - М.: Наука, 1984г. - Т.16.- стр.195-229.

[3] Терновский В.А. *Об инвариантах группы симметрий многогранника.* – Симф. университет. - Симферополь, 1983. - Деп. в Укр. НИИНТИ 17.02.83, №364 Ук. - Д83.