Критические точки развитие математики, как источник изучения философии математики

Исмаилова Диляра Илимдаровна
Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского
Таврическая академия
факультет математики и информатики
кафедра алгебры и функционального анализа (группа 601)
e-mail: dilik13051@mail.ru

В работе рассматриваются пути развития математики, начиная с античности до наших дней. Изучаются причины, возникших кризисов в основании математики и рассматриваются направления математики, для которых данные кризисы явились отправными точками развития.

Исследования взаимосвязи философии и математики в процессе исторического развития философии науки и науки математики, показывают, что отправными точками развития философии математики, а, значит, и математики как науки стали три глубоких кризиса основ математики.

Первый кризис произошел в V веке до н.э. в начальный период формирования математики как научной системы, в древней Греции, в школе пифагорейцев (Пифагор уроженец острова Самоса, 571 – 490 г.г. до н. э.) и вызван был неожиданным открытием несоизмеримости однородных геометрических величин. Конец кризиса относится к 370 г. до н.э. и связан с именем выдающегося математика Евдокса. Математик и астроном Евдокс из Книда создал общую теорию отношений для любых однородных величин (как соизмеримых, так и несоизмеримых). До Евдокса теоремы теории отношений приходилось доказывать отдельно для чисел, отрезков и площадей. Он же ввел понятие величины, включавшее в себя как числа, так и любые непрерывные величины. Его теория величин в основном совпадает с современной теорией иррациональных чисел, построенной Рихардом Дедекиндом в 1872 г. Построенная Евдоксом теория была изложена в пятой книге «Начала» Евклида (Евклид из Александрии, около 325 г. до н. э. – 265 г. до н. э). Книга «Начала» является ранним предшественником современного способа аксиоматического построения математических наук, и начинается с изложения двадцати трёх определений и десяти аксиом. Физическая истинность пятой аксиомы Евклида на протяжении двух тысячелетий подвергалась сомнению, её пытались, и заменить, и вывести из других аксиом. Работа математиков над проблемой пятой аксиомы Евклида о параллельных привела к появлению неевклидовых геометрий : геометрии Н. И. Лобачевского (Николай Иванович Лобачевский, русский математик, 1792 – 1856 г.г.) и геометрии Б. Римана (Георг Фридрих Бернхард Риман, немецкий математик, 1826 – 1866 г.г.).

«Открытия Ньютона и Лейбница, зарождение анализа в конце XVII в. привело ко второму кризису основ математики. Последователи Ньютона и Лейбница, увлеченные огромными практическими возможностями и силой своего метода, мало заботились о прочности его фундамента, на котором был построен анализ, так что не доказательства гарантировали правильность результатов, а, наоборот, справедливость результатов давала уверенность в правильности доказательств. Современные, парадоксы и противоречия возникали все в большем количестве, пока кризис основ математики не стал для всех очевидной реальностью» – так начало второго кризиса описано в работе [1].

К истокам второго кризиса нужно отнести проблему бесконечности, поднятую ещё в древнегреческой философии и математике. В античности бесконечность рассматривали как не оформленное, как не ставшее и, следовательно, несовершенное. Бесконечное выступает как беспредельное, безграничное, почти не существующее и потому есть нечто близкое к хаосу, а иногда и отождествляется с ним. Выдающийся немецкий ученый XX века Д. Гильберт (Давид Гильберт, немецкий математик, 1862 – 1943 г.г.), имея в виду математику, писал: «Ни одна проблема не волновала так глубоко человеческую душу, как проблема бесконечного, ни одна идея не оказала столь сильного и плодотворного влияния на разум, как идея бесконечного» [2]. «В начале XIX Коши предпринял первую попытку преодолеть кризис, отбросив туманную теорию бесконечно малых, и заменил ее строгой теорией пределов. Вслед за этим Вейерштрасс осуществил так называемую арифметизацию анализа, и второй кризис основ математики был преодолен» [1].

Начало третьего кризиса основ математики связывается с открытием в 1897 г. итальянским математиком Бурали-Форти, парадокса в основах общей теории множеств Кантора (Георг Кантор, немецкий математик, 1845 – 1918 г.г.). «Кантор обнаружил очень похожий парадокс, описание которого не требует привлечения слишком специальной терминологии. При построении теории множеств Кантору удалось доказать, что, каково бы ни было трансфинитное число, существует большее трансфинитное число и что наибольшего трансфинитного числа не существует – точно так же, как не существует наибольшего натурального числа» [3].

Необходимо отметить, что антимонии или парадоксы были известны ещё в античности. Так известный в VI в. до н.э. парадокс «Все критяне лжецы» родственный современным теоретико-множественным парадоксам, а также апории Зенона (Зенон Элейский, 490 до н. э. – ок. 430 до н. э.), сыграли важную роль в развитии античной диалектики и античной науки, особенно логики и математики. Они посвящены именно таким проблемам, для которых обнаруживается противоречие в строго логическом доказательстве.

В 1902 г. Бертран Рассел (Бертран Артур Уильям Рассел, британский философ, математик, 1872 – 1970 г.г.) сформулировал открытый в основах общей теории множеств Кантора парадокс в достаточно компактной форме как парадокс множества всех нормальных множеств, где под нормальным множеством понимается множество, не содержащее себя в качестве элемента.

В результате исследования проблем, связанных с третьим кризисом основ математики возникли три основные философские направления: логицизм, интуиционизм и формализм. Основоположниками этих направлений соответственно являются: логицизма – А. Уайтхэд, Б. Рассел, интуиционизма – Дж. Брауэр, формализма – Д. Гильберт.

В настоящее время все существующие философские школы и направления являются продолжением, приставленных выше, трёх школ. Как писал Ф. Клейн: «Три основные школы оснований можно рассматривать также как отражение трех основных позиций, встречающихся среди математиков, размышляющими над методами и значением своей работы».

Список литературы

[1] Ивс Г., Ньюсом К.В. *О математической логике и философии математики.* – М.: «Знание», – 1968.
[2] Сухотин А. К. *Парадоксы науки.* – М.: «Молодая гвардия», – 1980.
[3] Пуанкаре А. *Наука и метод.* – М.: Наука, – 1990.