

Секция  
**МАТЕМАТИКА**

**Вопросы возникновения и развития теории  
чисел в учебном курсе "История математики"**

*Александрова Татьяна Вячеславовна*

КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО

ТАВРИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА (ГРУППА 601)

e-mail: atv-19-04-1993@mail.ru

История математики как учебная дисциплина математических факультетов университетов выступает, с одной стороны, как часть истории науки, тесно связанная с философией, а с другой - как дисциплина, изучающая саму математику, рассматриваемую в историческом измерении. Место и роль истории математики, как в обществе, так и в системе знаний, которыми должен овладеть квалифицированный специалист-математик, в полной мере характеризуют слова отечественного математика В. В. Бобынина: "Так как математика ранее других наук возвысилась на степень науки в настоящем смысле этого слова и затем сделалась дедуктивной, то история её развития может быть по справедливости названа частью истории чистого мышления или истории развития человеческого духа". В истории математики, наряду с общими вопросами (хронология и периодизация развития науки и т.д.), особое внимание уделяется истории основных разделов математики, включённых в учебные планы. А именно: математического анализа, алгебры, геометрии, теории вероятностей, функционального анализа и др. Данная статья посвящена вопросам развития теории чисел. Известно, что теория чисел изучает свойства целых, рациональных и алгебраических чисел, а также свойства любых других чисел, вытекающие из приближений их рациональными числами. По мнению Д. А. Граве, она является фундаментом для всей математики. Более того, теория чисел не только широко использует методы, разработанные в смежных математических дисциплинах, но и сама влияет на формирование этих дисциплин.

В первый период развития теории чисел (период античности) наиболее важные вопросы теоретико-числовых исследований отражены в трудах древнегреческих математиков и философов Пифагора, Евклида и Диофанта. Благодаря Пифагору и его школе, происходит зарождение теории чисел. В част-

ности, осуществлена классификация натуральных чисел. Отметим, что пифагорейский союз имел мистическую направленность, которая в значительной мере отразилась на развитии математического знания. Так, первым десяти числам натурального ряда пифагорейцами ставились в соответствие категории, которые определяли их бытие или мировоззрение. Несмотря на то, что в научном творчестве Евклида теоретико-числовые исследования занимают сравнительно небольшое место, у него мы встречаем ряд основных положений теории делимости и, хотя простой, но чрезвычайно важный результат - множество простых чисел бесконечно. Диофант рассмотрел ряд задач о представимости чисел в определённой форме и более общие задачи решения неопределённых уравнений в целых и рациональных числах. Именно эти задачи позднее явились точкой отсчета для всей теории форм и той базой, откуда возникла проблематика теории диофантовых приближений.

Итак, Пифагор, Евклид, Диофант заложили фундамент для такого интересного и важного раздела математики как теория чисел.

Следующий этап в развитии теории чисел приходится на позднее Средневековье, эпоху Возрождения и Новое время. В Европе, начиная с эпохи крестовых походов вплоть до XVII в., развитие теории чисел, как и всей математики, было очень медленным. Математики обычно рассматривали только отдельные конкретные задачи теоретико-числового характера. Общие методы были почти неизвестны. В основном развивалась практическая арифметика действий. Наибольший след в дальнейшем развитии теории чисел оставили работы Л. Пизанского и Л. Пачоли. Французский математик П. Ферма получил основной результат теории делимости - делимость на заданное простое число и решил ряд важных задач теории диофантовых уравнений. Именно начиная с работ П. Ферма, теория чисел приобрела статус раздела математической науки.

В XVIII в. Л. Эйлер значительно продвинул вперёд развитие теории чисел. Математик обобщил основной результат П. Ферма для случая делимости на составные числа, создал общую теорию. В, так называемых, степенных вычетах получил очень большое число разнообразных результатов о представимости чисел в виде форм определённого типа, исследовал ряд систем диофантовых уравнений и получил интересные результаты о разбиении чисел на слагаемые. У Эйлера мы впервые встречаемся с идеей применения методов математического анализа к задачам теории чисел. Рассмотрение бесконечных рядов и произведений явилось у Эйлера действенным орудием для получения теоретико-числовых результатов.

После работ Эйлера почти все крупные математики XVIII-XIX вв. в той или иной степени занимаются теорией чисел. В частности, существенный след в развитии теории чисел оставили Ж. Лагранж, Дж. Валлис, А. Лежандр и У. Варинг. Ж. Лагранжу удалось свести в единый закон многочисленные теоремы П. Ферма и Л. Эйлера и внести вклад в теорию квадратичных форм, которая получила позднее своё развитие. Дж. Валлис предположил, что всякое число можно разложить на простые множители единственным образом и благодаря этому смог решить некоторые задачи, поставленные П. Ферма. Все математики этого времени искали общее аналитическое выражение для представления простых чисел. А. Лежандру удалось доказать, что это выражение не может быть рациональным и он потерял надежду, что его удастся найти. А. Лежандр доказал квадратичный закон взаимности и предложил "символы Лежандра", изложил полную теорию непрерывных дробей и их применения для решения диофантовых уравнений. У. Варинг выдвинул еще одну важную теорему, так называемую "Проблема Варинга", которая впервые была решена в общем виде в 1909 г. Д. Гильбертом.

Работы Л. Эйлера, Ж. Лагранжа и А. Лежандра создали базу для цельной теории, получившей позже у Гаусса название теории сравнений.

С конца XIX до начала XX вв. все разделы математики, в т. ч. теория чисел, получили чрезвычайное развитие, которое превосходило все предыдущие периоды не только по количеству работ, но также по совершенству и силе методов. В XIX в. над теорией чисел работали многие видные учёные - И. К. Ф. Гаусс, П. Г. Лежен-Дирихле, Ш. Эрмит, П. Л. Чебышёв, Е. И. Золотарев, А. Н. Коркин, А. А. Марков.

Новая эпоха в истории теории чисел началась с выходом в 1801 г. работы К. Гаусса "Арифметические исследования". Главным орудием К. Гаусса является понятие сравнения, он смог оценить его значение и сделать общеприменимым, благодаря введению подходящего обозначения, с помощью которого можно производить вычисления. К. Гаусс привёл и строго доказал теоремы о квадратичных вычетах и невычетах, создал элементарную теорию бинарных квадратичных форм, включающую в себя, результаты полученные Л. Эйлером, Ж. Лагранжем, А. Лежандром и развивал их в различных направлениях. После работ К. Гаусса в течение всего XIX в. и до сегодняшнего дня исследования по теории чисел приобретают всё увеличивающийся размах.

Вслед за К. Гауссом, общую теорию квадратичных форм разрабатывал П. Г. Лежен-Дирихле. Он рассмотрел вопросы о представлении чисел квадратичными формами, простых делителях квадратичных форм и некоторые другие. В связи с доказательством теоремы о бесконечности количества простых

чисел в арифметической прогрессии использовал свойство конечности числа классов квадратичных форм данного дискриминанта. Ввёл в теорию чисел новые понятия: "характеры" и "ряды Дирихле". Впервые сформулировал в общем виде понятие асимптотического закона и дал ряд примеров установления асимптотических формул. Другим крупнейшим учёным, работавшим в области теории квадратичных форм, был Ш. Эрмит которому принадлежит доказательство трансцендентности и иррациональности числа  $e$ , введение понятия билинейных форм с сопряжёнными переменными ("Эрмитовых форм"). Он один из первых поставил вопрос об определении границ минимумов квадратичных форм.

В начале своего научного пути П. Л. Чебышёв обратил на себя внимание математиков всего мира двумя сочинениями по теории чисел: "Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины" (1849 г.) и "О простых числах" (1852 г.). Основные направления его исследований в области теории чисел - это теория распределения простых чисел, теория рядов, общий член которых - функция простых чисел, вопросы теории квадратичных форм, диофантовы приближения и обобщение алгоритма непрерывных дробей. До П. Л. Чебышёва вопросы распределения простых чисел в натуральном ряду решались на основании не всегда обоснованных предположений. Вопрос о том, по каким законам распределены простые числа оставался без ответа со времён Евклида, хотя им занимались крупнейшие математики мира, в том числе Л. Эйлер и К. Гаусс. Научные открытия П. Л. Чебышёва в области простых чисел принесли славу отечественной математической науке и оказали огромное влияние на научное творчество многих выдающихся учёных России и других стран. Его считают основоположником российской научной школы по теории чисел. Его ученики Е. И. Золотарёв, А. Н. Коркин, А. А. Марков и др. значительно продвинули теорию квадратичных форм.

Таким образом, теория чисел прошла долгий путь от отдельных задач до почётной составляющей математической науки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Башмакова И. Г. *Диофант и диофантовы уравнения*. – М.: Наука, 1972. – 68 с.
- [2] Болгарский Б. В. *Очерки по истории математики*. – Минск: Вышэйшая школа, 1979. – 368 с.
- [3] Бухштаб А. А. *Теория чисел*. – М.: Просвещение, 1966. – 384 с.
- [4] *Математика XIX века* [под ред. А. Н. Колмогорова, А. П. Юшкевича]. – М.: Наука, 1978. – 256 с.
- [5] Рыбников К. А. *История математики. Часть 1*. – М.: Изд-во Московского университета, 1960 – 191 с.

- [6] Стиллвелл Д. *Математика и её история*. – Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004 – 530 с.